

### 3. Aufgabenblatt: Analysis 1

Lehrkräfteweiterbildung, 13 Q, 13 R, Sommer 2024

Dozent: Hans-Joachim von Höhne

**Aufgabe 3.1** Seien  $a, b \in \mathbb{R}$  mit  $0 < b < 1 < a$ .

Zeigen Sie:

- 1)  $1 < a < a^2 < a^3 < a^4 < \dots$
- 2)  $1 > b > b^2 > b^3 > b^4 > \dots$
- 3)  $a > \sqrt{a} > \sqrt[3]{a} > \sqrt[4]{a} > \dots > 1$
- 4)  $b < \sqrt{b} < \sqrt[3]{b} < \sqrt[4]{b} < \dots < 1$

**Aufgabe 3.2** Untersuchen Sie folgende Folgen auf Konvergenz oder Divergenz, und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

$$a_n = \frac{n + (-1)^n}{n}, \quad b_n = (-1)^n \frac{n+1}{n}$$

**Aufgabe 3.3** Seien  $(a_n)_n$  und  $(b_n)_n$  Folgen in  $\mathbb{R}$ .

Zeigen Sie:

- 1) Konvergiert  $(a_n)_n$  und gilt  $a_n = b_n$  für fast alle  $n \in \mathbb{N}$ , so konvergiert auch  $(b_n)_n$  und es gilt  $\lim a_n = \lim b_n$ .
- 2) Konvergiert  $(a_n)_n$  gegen  $a \in \mathbb{R}$ , so konvergiert  $(|a_n|)_n$  gegen  $|a|$ .  
Gilt auch die Umkehrung?

**Aufgabe 3.4** Zeigen Sie anhand der Konvergenzdefinition:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-3}{n+5} = 1$$